

# 模型参数自适应的低复杂度 ATPM-VSIMM 算法

曾浩<sup>1</sup>, 母王强<sup>1</sup>, 蒋阳<sup>1</sup>, 杨顺平<sup>2</sup>

(1. 重庆大学微电子与通信工程学院, 重庆 400044; 2. 西南电子技术研究所共性技术部, 四川 成都 610036)

**摘要:** 在机动目标跟踪中, 针对交互式多模型算法使用固定模型集和固定转移概率矩阵导致跟踪精度下降的问题, 提出模型参数自适应更新的低复杂度 ATPM-VSIMM 算法。所提算法根据系统新息变化情况来判断目标是否出现机动, 从而调整模型集的状态噪声, 实现模型集的自适应更新; 然后, 根据模型后验概率变化情况和模型间的相互切换关系, 准确地计算出转移概率矩阵, 从而提高系统运动模型和目标运动轨迹的匹配程度, 保证跟踪系统具有滤波精度高和响应速度快的优点。从模型后验概率初值、转移概率矩阵初值和状态噪声三方面验证了所提算法的有效性。仿真结果表明, ATPM-VSIMM 算法的空间位置跟踪精度比现有算法提高了 8% 左右。

**关键词:** 机动目标跟踪; 自适应状态噪声协方差矩阵; 自适应转移概率矩阵; 变结构交互式多模型

**中图分类号:** TN953

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.11959/j.issn.1000-436x.2023186

## Low-complexity ATPM-VSIMM algorithm with adaptive model parameters

ZENG Hao<sup>1</sup>, MU Wangqiang<sup>1</sup>, JIANG Yang<sup>1</sup>, YANG Shunping<sup>2</sup>

1. School of Microelectronics and Communication Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China

2. General Technology Department, Southwest Electronic Technology Research Institute, Chengdu 610036, China

**Abstract:** Aiming at the problem that for maneuvering target tracking, the accuracy of tracking degraded in interacting multiple model algorithms due to the fixed model sets and the fixed transition probability matrix, a low-complexity ATPM-VSIMM algorithm was proposed, which could update the model parameters adaptively. The maneuvering situation of the target was judged according to the innovation changes of the system, and the state noise of the model sets was adjusted to realize the adaptive update of the model sets. Then, the more accurate transition probability matrix was computed through the change of the model posterior probability and the inter-model switching relationship. Therefore, the matching degree between the system motion model and the target motion trajectory was improved. Finally, the high filtering accuracy and the fast response speed of the tracking system were guaranteed. The effectiveness of the proposed algorithm was verified through three aspects that are the initial value of the model posterior probability, the initial value of the transition probability matrix, and the state noise. Simulation results demonstrate that the filtering accuracy of the ATPM-VSIMM algorithm is improved about 8% compared with the existing algorithms.

**Keywords:** maneuvering target tracking, adaptive state noise covariance matrix, adaptive transition probability matrix, variable structure interacting multiple model

## 0 引言

在机动目标跟踪领域, 目标运动情况通常具有

不确定性和无先验性等特点, 导致跟踪系统无法对机动运动目标进行精确建模。传统跟踪算法采用单模型算法对机动目标进行跟踪, 但单模型算法只能

收稿日期: 2023-05-16; 修回日期: 2023-08-19

基金项目: CETC 联合基金资助项目 (No.629010204)

**Foundation Item:** CETC Joint Found Project (No.629010204)

精确地描述某一类型的机动目标运动,如果目标机动情况复杂,那么单模型算法就无法很好地跟踪目标,由此研究者提出了多模型算法<sup>[1]</sup>。多模型算法通过对多个状态空间模型的滤波值进行加权,从而得到最终状态估计值,其中交互式多模型(IMM, interacting multiple model)算法是一种具有最佳成本效益的滤波算法<sup>[2]</sup>。

但是,IMM 算法的滤波性能会受到以下两方面的限制。第一,IMM 算法模型集的结构和参数都是固定的,不能在机动目标跟踪过程中自适应调整。因此,为了提高跟踪系统的滤波精度,需要尽可能地增加模型集的模型数量,从而覆盖更多的目标运动情况,但模型数量的增加除了导致计算量增加之外,还会产生模型竞争导致滤波性能下降<sup>[3-4]</sup>。第二,IMM 算法的转移概率矩阵(TPM, transition probability matrix)在跟踪过程中是固定的,不能根据目标机动情况进行调整,导致滤波性能下降甚至滤波失效<sup>[5]</sup>。因此,如何根据目标机动情况自适应调整模型集和自适应更新 TPM 是国内外研究热点。

一方面,针对机动目标跟踪过程中 IMM 算法采用固定模型集导致状态空间模型和目标运动轨迹的匹配度低的问题,变结构交互式多模型(VSIMM, variable structure interacting multiple model)是一种常用方法。VSIMM 算法能够根据目标运动情况动态更新模型集,从而尽可能地提高状态空间模型和目标运动轨迹的匹配程度。VSIMM 算法主要包括模型组切换(MGS, model group switching)<sup>[6]</sup>、可能模型集(LMS, likely mode set)<sup>[7]</sup>、自适应网格(AG, adaptive grid)<sup>[8-9]</sup>等算法。MGS 算法将模型集分为若干个模型子集,在一个滤波周期内仅选择一个模型子集进行滤波。但由于目标机动情况未知,仅凭先验信息很难覆盖目标所有的运动情况<sup>[10]</sup>。LMS 算法通过删除可能性低的模型,保留主要模型,激活与主要模型毗邻的模型以达到模型集的自适应,具有较高的费效比。但如果高、低阈值选择不当,将导致跟踪性能急剧下降<sup>[11]</sup>。AG 算法基于图论,首先将模型集的所有模型构成一个网格,然后利用先验信息和当前测量信息得到局部细化网格,并利用局部细化网格的模型构成候选模型子集,最后利用某种规则选择部分模型构成用于状态估计的模型子集<sup>[12]</sup>。可以看出,这些算法都需要利用先验信息来构建模型集,然后根据目标运动情况选取部分模型完成滤波

跟踪。如果先验信息不足或者不准确,那么模型集的适用性将大大降低,导致跟踪性能急剧下降。

另一方面,为了解决 IMM 算法采用固定 TPM 导致状态空间模型的概率分布和实际情况不符从而使系统跟踪精度下降的问题,相关学者提出了转移概率矩阵自适应(ATPM, adaptive transition probability matrix)更新方法。文献[13-14]利用似然函数对 TPM 进行自适应更新,从而增强匹配模型的概率。但在目标机动时可能会存在奇异情况,导致滤波发散<sup>[15]</sup>。文献[16-17]利用模型后验概率的变化率去修正 TPM。文献[18]在贝叶斯框架的基础上,进一步通过在线修正函数实时更新 TPM,并通过设置模型跳跃门限来减轻响应滞后和降低误差峰值,但该算法需要用到 2 个交互式多模型框架,导致系统复杂度较高。文献[19]提出一种对 TPM 先验信息要求不高的 ATPM-IMM 算法,但该算法的跟踪性能容易受到状态噪声协方差矩阵  $Q$  的影响,且算法复杂度较高。

本文针对 IMM 算法采用固定模型集和固定 TPM 导致跟踪性能受限的问题展开研究。一方面,为了弥补 IMM 算法在模型集设计方面的不足,根据系统新息变化情况,提出一种模型集参数  $Q$  自适应调整策略。另一方面,针对 IMM 算法采取固定 TPM 导致系统运动模型和目标运动轨迹失配的问题,根据模型后验概率变化情况,并进一步考虑模型间的相互切换,提出一种低复杂度的 TPM 自适应更新式。基于这两点改进策略,本文提出了模型参数自适应的低复杂度 ATPM-VSIMM 算法。所提算法能够根据目标机动情况自适应调整模型参数,提高系统运动模型和目标运动轨迹的匹配程度,保证跟踪系统具有较高的滤波精度和较快的响应速度。仿真结果表明,所提算法的空间位置跟踪精度比现有算法提高了 8% 左右,且计算复杂度远低于现有算法。

## 1 算法描述

### 1.1 模型集参数 $Q$ 自适应调整策略

VSIMM 算法采用可变模型集对机动目标运动轨迹进行建模。在跟踪过程中,模型集不必包含运动目标的所有可能运动模式,而是根据目标运动情况对模型集进行动态调整。根据模型集调整情况,VSIMM 算法可以分为两类:基于模型结构变化的 VSIMM 算法和基于模型参数变化的 VSIMM 算法,

所提 VSIMM 算法属于后者。

在卡尔曼滤波算法中,  $\mathbf{Q}$  是一个很重要的参数。当  $\mathbf{Q}$  较大时, 跟踪系统对状态空间模型的信任程度较低, 使系统对模型预测值的信任度不高, 而更加信任测量值, 此时系统的滤波精度较低, 但对机动目标的响应速度较快。因此, 根据目标机动情况自适应调整  $\mathbf{Q}$ , 从而合理地改变系统对状态空间模型的信任程度, 既能保证较高的滤波精度, 又能保证较快的响应速度。新息是卡尔曼滤波算法的另一重要参数, 它表示当前测量值和模型预测值之间的误差。如果状态空间模型的新息增大, 说明该状态空间模型和目标运动轨迹的匹配程度降低, 从而表明目标出现了机动。因此, 本文根据跟踪系统的新息变化情况来判断目标是否出现机动, 从而自适应调整模型集中的匀速 (CV, constant velocity) 和匀加速 (CA, constant acceleration) 直线运动模型的参数  $\mathbf{Q}$ , 进而合理改变跟踪系统对状态空间模型的信任程度, 最终保证跟踪系统的滤波精度高和响应速度快。

假设跟踪系统的状态矢量  $\mathbf{x}$  考虑目标在 3 个方向的位置  $x$ 、 $y$ 、 $z$ , 速度  $\dot{x}$ 、 $\dot{y}$ 、 $\dot{z}$  和加速度  $\ddot{x}$ 、 $\ddot{y}$ 、 $\ddot{z}$ , 即  $\mathbf{x}=[x \ \dot{x} \ \ddot{x} \ y \ \dot{y} \ \ddot{y} \ z \ \dot{z} \ \ddot{z}]^T$ , 则  $\mathbf{Q}$  的表达式为

$$\mathbf{Q}=\mathbf{G}\begin{bmatrix}\sigma_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z^2\end{bmatrix}\mathbf{G}^T \quad (1)$$

其中,  $\sigma_x^2$ 、 $\sigma_y^2$ 、 $\sigma_z^2$  分别表示  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  方向的加速度方差。对于不同的状态空间模型, 式(1)中  $\mathbf{G}$  的表达形式并不相同, 匀速和匀加速直线运动模型中的  $\mathbf{G}$  分别为

$$\mathbf{G}_{\text{CV}}=\begin{bmatrix}\frac{\Delta T^2}{2} & 0 & 0 \\ \Delta T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Delta T^2}{2} & 0 \\ 0 & \Delta T & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta T^2}{2} \\ 0 & 0 & \Delta T \\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}, \mathbf{G}_{\text{CA}}=\begin{bmatrix}\frac{\Delta T^2}{2} & 0 & 0 \\ \Delta T & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Delta T^2}{2} & 0 \\ 0 & \Delta T & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta T^2}{2} \\ 0 & 0 & \Delta T \\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \quad (2)$$

其中,  $\Delta T$  表示滤波周期。

从式(1)可以看出, 自适应调整模型集参数  $\mathbf{Q}$  就是根据新息变化情况自适应调整目标在  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  方向的加速度方差  $\sigma_x^2$ 、 $\sigma_y^2$  和  $\sigma_z^2$ , 因此  $\mathbf{Q}$  的自适应调整方法为

$$\sigma_x^2(n+1)=\begin{cases}(1+k)\sigma_x^2(n), & a_x(n) > a_x(n-1) \\ (1-k)\sigma_x^2(n), & a_x(n) \leq a_x(n-1)\end{cases} \quad (3)$$

$$\sigma_y^2(n+1)=\begin{cases}(1+k)\sigma_y^2(n), & a_y(n) > a_y(n-1) \\ (1-k)\sigma_y^2(n), & a_y(n) \leq a_y(n-1)\end{cases} \quad (4)$$

$$\sigma_z^2(n+1)=\begin{cases}(1+k)\sigma_z^2(n), & a_z(n) > a_z(n-1) \\ (1-k)\sigma_z^2(n), & a_z(n) \leq a_z(n-1)\end{cases} \quad (5)$$

其中,  $k$  为常数, 且  $0 < k < 1$ ;  $a_x(n)$ 、 $a_x(n-1)$  分别表示目标  $n$  时刻、 $n-1$  时刻在  $X$  方向的新息,  $Y$ 、 $Z$  方向同理。

从式(3)~式(5)可以看出, 如果目标在某一方向突然出现机动, 那么该方向的新息必然会增大, 从而该方向的加速度方差也会变大, 进而对机动目标具备快速响应能力; 当机动结束后, 新息必然会减小, 从而该方向的加速度方差也会减小, 进而可以得到精度更高的滤波值。

## 1.2 TPM 自适应更新策略

IMM 算法的 TPM 表达式为

$$\mathbf{\Pi}=\begin{bmatrix}\pi_{11} & \cdots & \pi_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi_{r1} & \cdots & \pi_{rr}\end{bmatrix} \quad (6)$$

其中,  $r$  表示模型集的模型数量,  $\pi_{ij}$  表示从  $n-1$  时刻模型  $i$  (简记为  $M_i$ ) 转移到  $n$  时刻模型  $j$  (简记为  $M_j$ ) 的概率, 即

$$\pi_{ij}=P\{M_j(n)|M_i(n-1)\} \quad (7)$$

其中,  $i, j=1, 2, \dots, r$ 。IMM 算法根据先验信息将 TPM 设置为固定的常数, 不能根据目标机动情况自适应调整, 使状态空间模型的概率分布和实际情况不符, 导致滤波性能下降甚至滤波失效。针对该问题, 文献[18]提出一种 TPM 自适应更新方法。首先, 定义模型后验概率变化率为

$$\kappa_j(n)=\frac{1}{1-[\mu_j(n)-\mu_j(n-1)]} \quad (8)$$

其中,  $\mu_j(n-1)$ 、 $\mu_j(n)$  分别表示  $n-1$  时刻、 $n$  时刻  $M_j$

的后验概率。然后，利用  $\kappa_j(n)$  对 TPM 进行修正，即

$$\pi_{ij}(n+1) = \frac{\kappa_j(n)\pi_{ij}(n)}{\sum_{i=1}^r \kappa_j(n)\pi_{ij}(n)} \quad (9)$$

其中， $\sum_{i=1}^r \kappa_j(n)\pi_{ij}(n)$  表示归一化处理。

该修正方法的计算复杂度低，且能在一定程度上提高状态空间模型和目标运动轨迹的匹配程度。但该方法对 TPM 的每一列元素都采用相同参数进行修正，没有考虑模型间的相互切换。为了对模型间的相互切换做出更加精细的调整，本文对 TPM 的任意一个元素都单独进行更新，此时模型后验概率变化率被修正为

$$\eta_{ij}(n) = \frac{\phi_{ij}(n)\kappa_j(n)}{\sum_{i=1}^r \phi_{ij}(n)\kappa_j(n)} \quad (10)$$

修正后的 TPM 为

$$\pi_{ij}(n+1) = \frac{\phi_{ij}(n)\kappa_j(n)\pi_{ij}(n)}{\sum_{i=1}^r \phi_{ij}(n)\kappa_j(n)\pi_{ij}(n)} \quad (11)$$

引入  $\kappa_j(n)$  使 TPM 具备了一定的自适应性，进一步引入  $\phi_{ij}(n)$  则实现了对 TPM 的每一个元素均设置单独的修正系数，使在模型间相互切换时可以对 TPM 进行更加精细的调整，这也要求  $\phi_{ij}(n)$  满足如下条件。

当  $M_j$  的  $\mu_j(n)$  增大时， $\kappa_j(n) > 1$ ，修正趋势为增大其他模型向  $M_j$  的转移概率。但  $\mu_j(n)$  增大并不代表  $M_j$  是匹配模型，需要进一步通过比较增大程度来判断  $n$  时刻的匹配模型，进而确定  $\phi_{ij}(n)$  的取值。当  $\mu_i(n)$  增大时，如果  $M_i$  为匹配模型，那么应满足  $\frac{\mu_i(n)}{\mu_i(n-1)} > \frac{\mu_j(n)}{\mu_j(n-1)}$ 。为了尽可能保留匹配模型  $M_i$  的后验概率值，需要减小  $M_i$  到  $M_j$  的转移概率，所以  $\phi_{ij}(n)$  应满足  $0 < \phi_{ij}(n) < 1$ ；如果  $M_j$  为匹配模型，那么应满足  $\frac{\mu_j(n)}{\mu_j(n-1)} > \frac{\mu_i(n)}{\mu_i(n-1)}$ 。为了尽可能增大匹配模型  $M_j$  的后验概率值，需要进一步增大  $M_i$  到  $M_j$  的转移概率，所以  $\phi_{ij}(n)$  应该满足  $\phi_{ij}(n) > 1$ 。而当  $\mu_i(n)$  减小时， $\frac{\mu_j(n)}{\mu_j(n-1)} > \frac{\mu_i(n)}{\mu_i(n-1)}$  始

终成立，此时匹配模型是  $M_j$ ，所以  $\phi_{ij}(n)$  应满足  $\phi_{ij}(n) > 1$ 。同理，可确定当  $M_j$  的  $\mu_j(n)$  减小时  $\phi_{ij}(n)$  的取值。上述过程用数学语言可以描述为

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_j(n) \uparrow \Rightarrow \frac{\mu_i(n)}{\mu_j(n-1)} \begin{cases} \geq 1, & 0 < \phi_{ij}(n) < 1 \\ < 1, & \phi_{ij}(n) > 1 \end{cases} \\ \mu_j(n) \downarrow \Rightarrow \frac{\mu_i(n)}{\mu_j(n-1)} \begin{cases} \geq 1, & \phi_{ij}(n) > 1 \\ < 1, & 0 < \phi_{ij}(n) < 1 \end{cases} \end{array} \right. \quad (12)$$

以式(12)为核心思想，将文献[20]中的概率转移修正参数作为  $\phi_{ij}(n)$ ，从而有

$$\phi_{ij}(n) = \frac{1 + \exp(-1)}{1 + \exp\left[\frac{-\mu_j(n)\mu_i(n-1)}{\mu_j(n-1)\mu_i(n)}\right]} \quad (13)$$

根据式(13)可知，当  $\mu_j(n)$  和  $\mu_i(n)$  均增大时，有  $\frac{\mu_j(n)}{\mu_j(n-1)} > 1$ 、 $\frac{\mu_i(n)}{\mu_i(n-1)} > 1$ 。如果  $\frac{\mu_i(n)}{\mu_i(n-1)} > \frac{\mu_j(n)}{\mu_j(n-1)}$ ，根据式(13)可得  $0 < \phi_{ij}(n) < 1$ ；如果  $\frac{\mu_i(n)}{\mu_i(n-1)} \leq \frac{\mu_j(n)}{\mu_j(n-1)}$ ，根据式(13)可得  $\phi_{ij}(n) \geq 1$ 。从上述过程可以看出， $\phi_{ij}(n)$  的取值和理论保持一致。同理，可验证  $\mu_j(n)$  增大而  $\mu_i(n)$  减小、 $\mu_j(n)$  和  $\mu_i(n)$  均减小、 $\mu_j(n)$  减小而  $\mu_i(n)$  增大这 3 种情况。

根据式(13)，修正后的 TPM 为

$$\pi_{ij}(n+1) = \frac{[1 + \exp(-1)]\pi_{ij}(n)}{\sum_{i=1}^r \frac{\left\{1 + \exp\left[\frac{-\mu_j(n)\mu_i(n-1)}{\mu_j(n-1)\mu_i(n)}\right]\right\} \{1 - [\mu_j(n) - \mu_j(n-1)]\}}{[1 + \exp(-1)]\pi_{ij}(n)} \left\{1 - [\mu_j(n) - \mu_j(n-1)]\right\}} \quad (14)$$

从式(14)可以看出，本文提出的 TPM 自适应更新策略在计算复杂度较低的基础上，对 TPM 的每一个元素均设置单独的修正系数，使跟踪系统在模型间相互切换时能够对 TPM 进行更加精细的调整，

从而自适应调整各模型的后验概率值，进而提高系统运动模型和目标运动轨迹的匹配程度，保证跟踪系统具有较高的滤波精度。

### 1.3 ATPM-VSIMM 算法

将 1.1 节提出的模型集参数  $\mathbf{Q}$  自适应调整策略和 1.2 节提出的 TPM 自适应更新策略应用到 IMM 算法中，本文提出了模型参数自适应的低复杂度 ATPM-VSIMM 算法。ATPM-VSIMM 算法的原理框架如图 1 所示，其跟踪步骤如下。

1) 计算混合概率  $\mu_{ij}(n-1|n-1)$

在得到测量序列  $\mathbf{Z}^{n-1}$  且  $n$  时刻  $M_j$  有效的条件下， $M_i$  在  $n-1$  时刻有效的概率为

$$\mu_{ij}(n-1|n-1) = P\{M_i(n-1) | M_j(n), \mathbf{Z}^{n-1}\} = \frac{\pi_{ij}(n-1)\mu_i(n-1)}{\sum_{i=1}^r \pi_{ij}(n-1)\mu_i(n-1)} \quad (15)$$

2) 模型交互

$$\hat{\mathbf{x}}_{oj}(n-1|n-1) = \sum_{i=1}^r \hat{\mathbf{x}}_i(n-1|n-1)\mu_{ij}(n-1|n-1) \quad (16)$$

$$\mathbf{P}_{oj}(n-1|n-1) = \sum_{i=1}^r \mu_{ij}(n-1|n-1) \cdot [\mathbf{P}_i(n-1|n-1) + \boldsymbol{\psi}_i \boldsymbol{\psi}_i^T] \quad (17)$$

其中， $\hat{\mathbf{x}}_i(n-1|n-1)$ 、 $\mathbf{P}_i(n-1|n-1)$  分别表示  $n-1$

时刻  $M_i$  的状态矢量、估计误差协方差矩阵， $\boldsymbol{\psi}_i = \hat{\mathbf{x}}_i(n-1|n-1) - \hat{\mathbf{x}}_{oj}(n-1|n-1)$ 。

3) 并行滤波

每一个状态空间模型都对应一个滤波器，所有滤波器根据卡尔曼滤波算法并行滤波<sup>[19]</sup>，计算得到各个模型在  $n$  时刻的状态矢量  $\hat{\mathbf{x}}_i(n|n)$  和估计误差协方差矩阵  $\mathbf{P}_j(n|n)$ 。其中， $j=1,2,\dots,r$ 。

4) 模型后验概率更新

$$\mu_j(n) = \frac{\Lambda_j(n) \left[ \sum_{i=1}^r \pi_{ij}(n-1)\mu_i(n-1) \right]}{\sum_{j=1}^r \Lambda_j(n) \left[ \sum_{i=1}^r \pi_{ij}(n-1)\mu_i(n-1) \right]} \quad (18)$$

其中， $\Lambda_j(n)$  表示  $n$  时刻  $M_j$  的似然函数，即

$$\Lambda_j(n) = P\{\mathbf{z}(n) | \mathbf{Z}^{n-1}, M_j\} = P\{\mathbf{z}(n) | M_j, \hat{\mathbf{x}}_{oj}(n-1|n-1), \mathbf{P}_{oj}(n-1|n-1)\} = N[\mathbf{a}_j(n); \mathbf{0}, \mathbf{A}_j(n)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi} |\mathbf{A}_j(n)|} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \mathbf{a}_j^T(n) [\mathbf{A}_j(n)]^{-1} \mathbf{a}_j(n)\right\} \quad (19)$$

其中， $\mathbf{a}_j(n)$ 、 $\mathbf{A}_j(n)$  分别表示  $n$  时刻  $M_j$  的新息、新息协方差矩阵，符号“ $|\cdot|$ ”表示求行列式，符号“ $^{-1}$ ”表示求矩阵的逆。

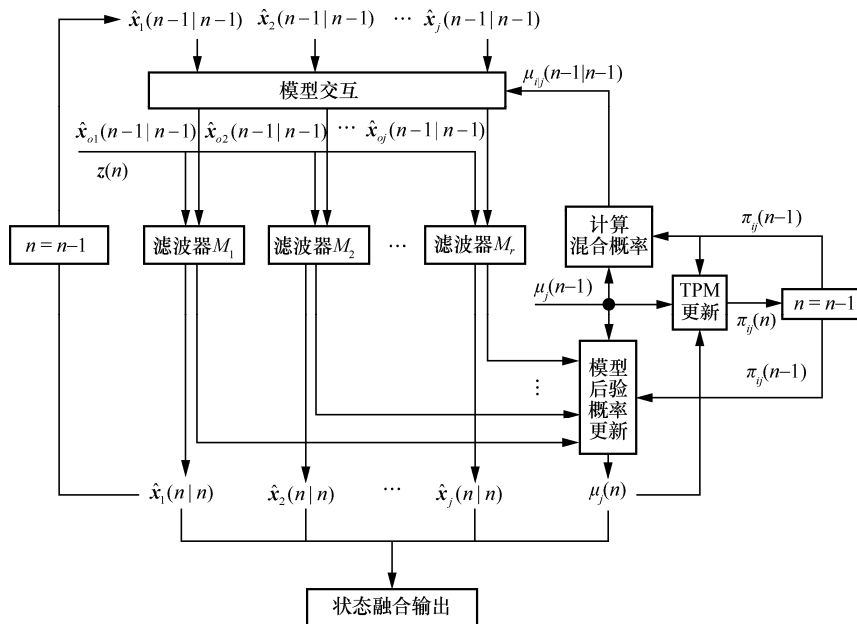


图 1 ATPM-VSIMM 算法原理框架

5) 自适应更新模型集参数  $\mathbf{Q}$  和 TPM

根据式(3)~式(5)自适应更新 CV、CA 模型的参数  $\mathbf{Q}$ ，根据式(14)自适应更新模型转移概率  $\pi_j(n)$ 。

6) 状态融合输出

计算  $n$  时刻的状态矢量  $\hat{\mathbf{x}}(n|n)$  和估计误差协方差矩阵  $\mathbf{P}(n|n)$ ，即

$$\hat{\mathbf{x}}(n|n) = \sum_{j=1}^r \hat{\mathbf{x}}_j(n|n)\mu_j(n) \quad (20)$$

$$\mathbf{P}(n|n) = \sum_{j=1}^r \mu_j(n) [\mathbf{P}_j(n|n) + \boldsymbol{\psi}_3 \boldsymbol{\psi}_3^T] \quad (21)$$

其中， $\boldsymbol{\psi}_3 = \hat{\mathbf{x}}_j(n|n) - \hat{\mathbf{x}}(n|n)$ 。

## 2 仿真分析

本节通过对三维空间机动目标进行位置跟踪，从而验证 ATPM-VSIMM 算法的有效性，并与 IMM 算法、文献[11]和文献[19]算法进行对比，各算法含义及算法复杂度分别如表 1 和表 2 所示。

表 1 算法含义

算法	模型集结构或参数	TPM
IMM	固定结构	固定 TPM
文献[11]算法	LMS	固定 TPM
文献[19]算法	固定结构	自适应 TPM
VSIMM	自适应参数 $\mathbf{Q}$	固定 TPM
ATPM-IMM	固定结构	自适应 TPM (式(14))
ATPM-VSIMM	自适应参数 $\mathbf{Q}$	自适应 TPM (式(14))

表 2 算法复杂度

算法	乘法次数/次	加法次数/次
IMM	14 241	11 829
文献[11]算法	22 756	18 854
文献[19]算法	26 839	22 506
VSIMM	14 253	11 837
ATPM-IMM	14 313	11 868
ATPM-VSIMM	14 325	11 876

表 1 中，VSIMM 算法对应 1.1 节提出的模型集参数  $\mathbf{Q}$  自适应更新策略，ATPM-IMM 算法对应 1.2 节提出的 TPM 自适应更新策略。

从表 2 可以看出，文献[19]算法的计算复杂度最高，文献[11]算法次之，IMM 算法最低。而 ATPM-VSIMM 算法的计算复杂度仅略高于 IMM 算法，表明 ATPM-VSIMM 算法在计算复杂度方面相比现有算法具有一定的优势。

本文采用位置滤波值的均方根误差 (RMSE, root mean square error) 来评价算法跟踪性能，即

$$\text{RMSE}_x(n) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M [\hat{x}_m(n) - x(n)]^2} \quad (22)$$

$$\text{RMSE}(n) = \sqrt{\text{RMSE}_x^2(n) + \text{RMSE}_y^2(n) + \text{RMSE}_z^2(n)} \quad (23)$$

$$\text{ARMSE}_x = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \text{RMSE}_x(n) \quad (24)$$

$$\text{ARMSE} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \text{RMSE}(n) \quad (25)$$

其中， $M$  表示蒙特卡罗实验次数， $N$  表示跟踪次数； $\hat{x}_m(n)$ 、 $x(n)$  分别表示进行第  $m$  次蒙特卡罗实验时，目标  $n$  时刻在  $X$  方向的位置滤波值、位置真值； $\text{RMSE}_x(n)$ 、 $\text{RMSE}(n)$  分别表示目标  $n$  时刻在  $X$  方向、三维空间的位置估计 RMSE； $\text{ARMSE}_x$ 、 $\text{ARMSE}$  分别表示目标在  $X$  方向、三维空间的位置估计 RMSE 均值。

### 2.1 实验设置

假设目标的位置、速度和加速度的初值为  $\mathbf{x}(0)=[300000 \ 100 \ 10 \ 300000 \ 200 \ 10 \ 300000 \ 100 \ 2]^T$ ，其单位均为国际标准单位。进一步假设滤波周期  $\Delta T=1\text{s}$ ，跟踪次数为 150 次，并进行 500 次蒙特卡罗仿真。目标在  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  方向均先做匀速运动，然后做匀加速运动，最后做匀速运动，其空间运动轨迹如图 2 所示。

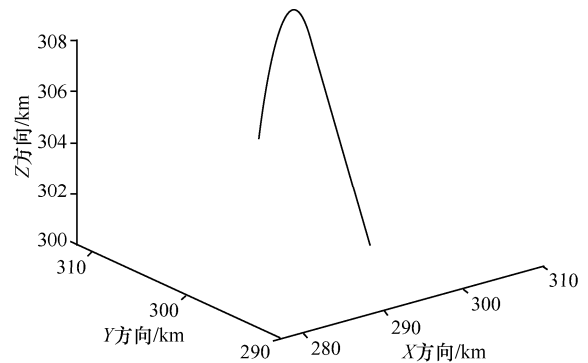


图 2 目标空间运动轨迹

由于当前统计 (CS, current statistical) 模型在跟踪机动目标时的误差较小，因此本文将 CS 模型作为模型集的模型之一，但 CS 模型在跟踪弱机动或非机动目标时误差较大，为了保证算法在跟踪弱机动或非机动目标时也有较高精度，本文还选取了 CV 模型和 CA 模型。IMM 算法的模型集包括 CV

模型  $M_1$ 、CA 模型  $M_2$  和 CS 模型  $M_3$ 。 $M_3$  的状态转移矩阵  $F$  和  $Q$  根据文献[21]确定，并假设  $M_3$  的机动时间常数为 60 s，机动加速度最大值为 200 m/s<sup>2</sup>。 $M_1$  和  $M_2$  的  $F$  根据位移公式确定，且  $Q_1 = Q_2 = Q$ ， $Q$  的表达式如式(1)所示，并令  $\sigma^2 = \sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = 120$ 。将目标在三维空间的真实位置作为观测量，观测矩阵  $H$  为

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

假设观测噪声协方差矩阵  $R = \sigma_R^2 I_{3 \times 3}$ ，其中， $I_{3 \times 3}$  表示 3×3 的单位矩阵， $\sigma_R = 30$ 。所有滤波算法的 TPM 初值和模型后验概率初值设置如下

$$\Pi = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.85 & 0.075 & 0.075 \\ 0.075 & 0.85 & 0.075 \\ 0.075 & 0.075 & 0.85 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\mu(0) = [\mu_1(0) \quad \mu_2(0) \quad \mu_3(0)] = [0.4 \quad 0.4 \quad 0.2] \quad (28)$$

### 2.2 跟踪性能对比

利用 6 种滤波算法对机动目标进行位置跟踪，根据式(23)得到的位置估计 RMSE 如图 3 所示，所有算法的  $M_2$  对应的后验概率变化曲线如图 4 所示。

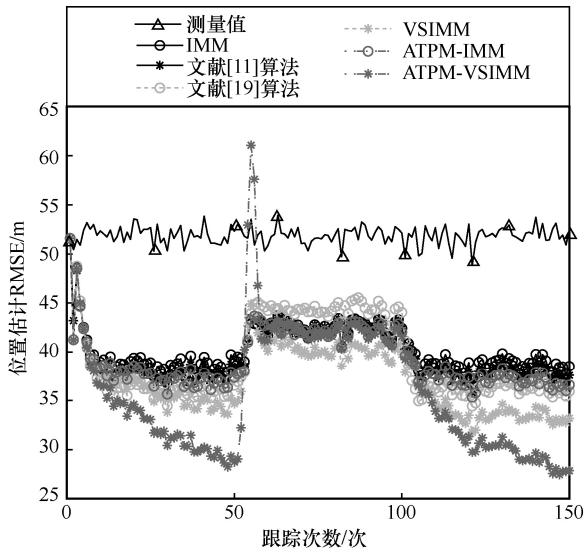


图 3 位置估计 RMSE

从图 3 可以看出，所有算法在跟踪起始阶段的跟踪误差都比较大，说明算法在刚开始跟踪时有一个收敛过程。待算法收敛后，各算法均能提高空间位置估计精度。进一步观察可知，所有算法在机动阶段的空间位置估计 RMSE 会高于非机动阶段的空间位置估计 RMSE。

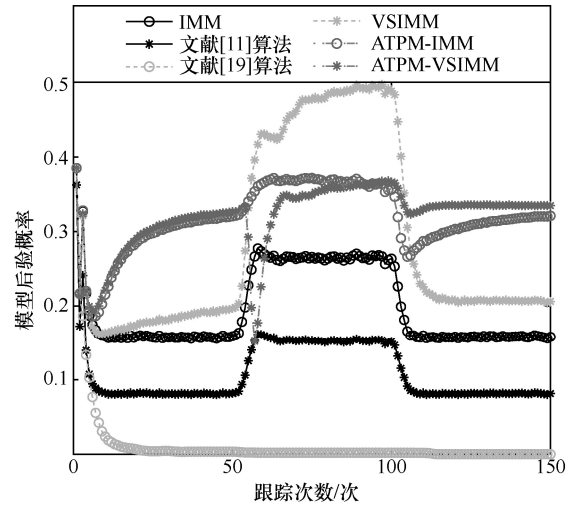


图 4  $M_2$  对应的后验概率变化曲线

当目标做非机动运动时，理论上 CV、CA 模型是匹配模型。从图 3 和图 4 可以看出，在非机动阶段，随着跟踪次数的增加，虽然 VSIMM、ATPM-IMM 和 ATPM-VSIMM 算法的  $M_2$  对应的后验概率都逐渐增大，但只有 ATPM-VSIMM 算法的位置估计 RMSE 逐渐降低。这是因为 ATPM-VSIMM 算法通过联合调整  $Q$  和 TPM，不仅提高了跟踪系统对状态空间模型的信任程度，还提高了系统运动模型和目标运动轨迹的匹配程度，使跟踪精度越来越高。但这也导致了随着跟踪次数的增加，ATPM-VSIMM 算法在非机动阶段越来越信任状态空间模型，使目标从非机动阶段切换到机动阶段时，由于跟踪系统的模型集参数  $Q$  较小，跟踪系统对机动运动的响应速度慢，从而使位置误差曲线出现一个尖峰。

当目标做机动运动时，理论上 CA、CS 模型是匹配模型。从图 3 可以看出，VSIMM 算法的跟踪误差最小，ATPM-VSIMM 算法次之，其余算法的跟踪误差较大。这是由于跟踪系统的先验信息不足，使模型集和机动目标运动轨迹的匹配程度较低，因此除 VSIMM、ATPM-VSIMM 以外的其余算法的跟踪误差较大。而 VSIMM、ATPM-VSIMM 算法能够根据目标机动情况自适应调整模型集参数  $Q$ ，从而合理改变跟踪系统对状态空间模型的信任程度，最终提高了空间位置滤波精度。

根据式(25)对图 3 数据进行定量分析，其空间位置估计 RMSE 的均值如表 3 所示。从表 3 可以看出，IMM 算法的空间位置估计 RMSE 最大，文献[11]和文献[19]算法相比于 IMM 算法，以算法复杂度为代价，在一定程度上提高了空间位置

滤波精度。结合表 2 可知，本文提出的模型集参数  $Q$  自适应更新策略相比于文献[11]算法，在滤波精度和计算复杂度方面均有优势；本文提出的 TPM 自适应更新策略的位置估计 RMSE 虽然略高于文献[19]算法，但计算复杂度远低于文献[19]。当把 2 种改进策略结合起来时，可以发现 ATPM-VSIMM 算法的位置跟踪精度是最高的，其位置跟踪精度比文献[19]算法提高了 8.22%。

表 3 空间位置估计 RMSE 均值

算法	X方向/m	Y方向/m	Z方向/m	空间位置/m
测量值	29.96	29.89	29.98	51.88
IMM	23.38	23.23	22.91	40.16
文献[11]算法	23.09	22.94	22.53	39.60
文献[19]算法	23.31	21.20	21.20	39.16
VSIMM	21.66	21.52	21.13	37.15
ATPM-IMM	23.01	22.84	22.05	39.23
ATPM-VSIMM	21.14	20.97	20.02	35.94

为了确保算法的鲁棒性，本文增加了滤波周期  $\Delta T = 0.5\text{ s}$  和  $\Delta T = 5\text{ s}$  这 2 种跟踪场景，其目标运动轨迹分别如图 5 和图 6 所示。根据式(23)得到的空间位置估计 RMSE 分别如图 7 和图 8 所示。根据式(25)得到的空间位置估计 RMSE 均值分别如表 4 和表 5 所示。

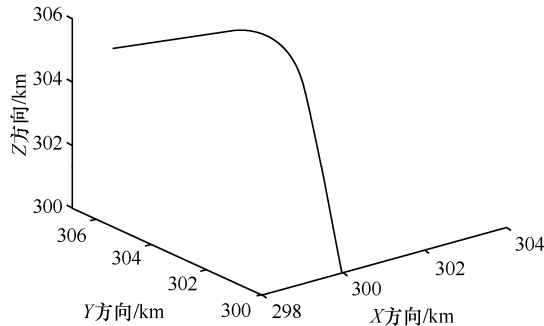


图 5 目标空间运动轨迹 ( $\Delta T = 0.5\text{ s}$ )

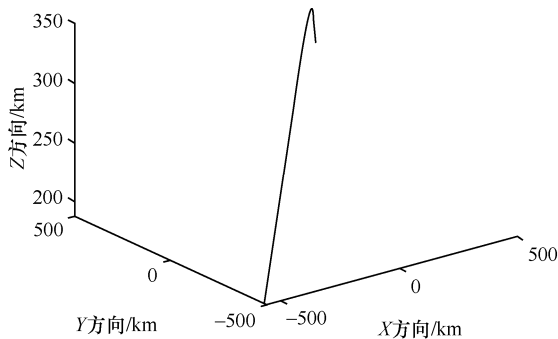


图 6 目标空间运动轨迹 ( $\Delta T = 5\text{ s}$ )

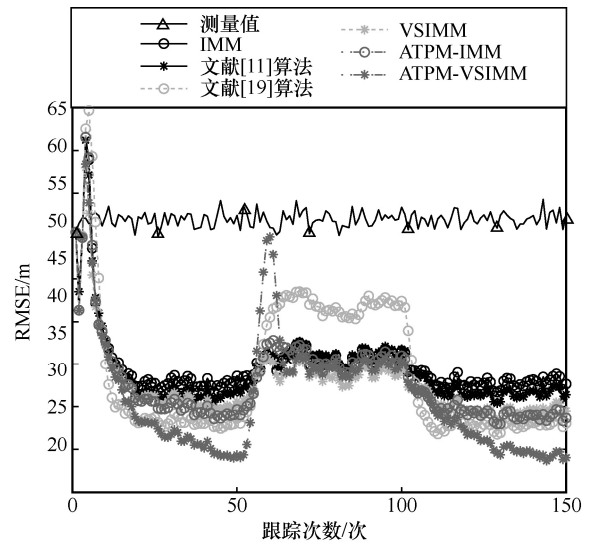


图 7 空间位置估计 RMSE ( $\Delta T = 0.5\text{ s}$ )

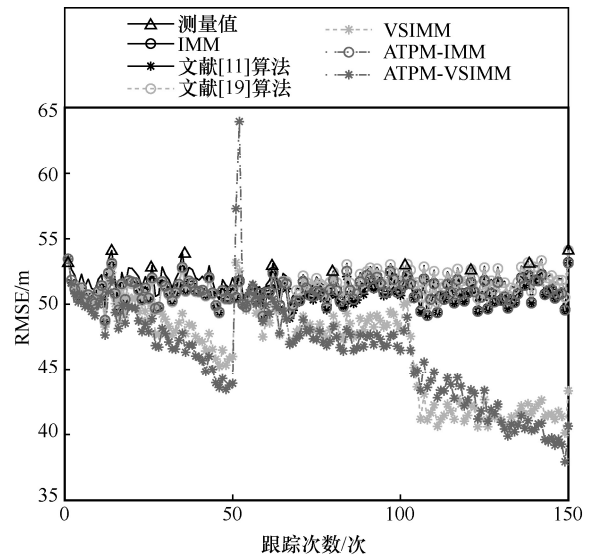


图 8 空间位置估计 RMSE ( $\Delta T = 5\text{ s}$ )

表 4 空间位置估计 RMSE 均值 ( $\Delta T = 0.5\text{ s}$ )

算法	X方向/m	Y方向/m	Z方向/m	空间位置/m
测量值	29.96	30.01	30.00	51.96
IMM	20.25	20.16	19.84	34.80
文献[11]算法	19.93	19.86	19.42	34.20
文献[19]算法	20.58	17.25	17.25	33.95
VSIMM	19.05	18.96	18.43	32.60
ATPM-IMM	19.38	19.31	18.22	32.90
ATPM-VSIMM	18.44	18.33	17.04	31.16

从图 5 可以看出，当滤波周期变短时，目标运动轨迹的曲率会变小，即目标的机动性会减弱，此时所有滤波算法的跟踪性能都有一定提升，如图 7、表 4 所示。但在跟踪初始阶段，所有滤波算法的空

间位置估计 RMSE 都会增大，甚至高于测量误差。当滤波周期变长时，目标运动轨迹的曲率会变大，即目标的机动性会增强，如图 6 所示，导致除 VSIMM 和 ATPM-VSIMM 以外的滤波算法几乎失效，如图 8、表 5 所示。进一步分析可知，当滤波周期  $\Delta T = 0.5\text{ s}$ 、 $\Delta T = 5\text{ s}$  时，ATPM-VSIMM 算法的位置跟踪精度相比于文献[19]算法，分别提高了 8.22%、10.05% 左右，验证了 ATPM-VSIMM 算法的有效性和鲁棒性。

表 5 空间位置估计 RMSE 均值 ( $\Delta T = 5\text{ s}$ )

算法	X 方向/m	Y 方向/m	Z 方向/m	空间位置/m
测量值	29.93	29.91	29.92	51.84
IMM	29.44	29.43	29.38	50.97
文献[11]算法	29.36	29.35	29.33	50.85
文献[19]算法	29.67	29.63	29.62	51.37
VSIMM	26.95	26.94	26.81	46.61
ATPM-IMM	29.43	29.42	29.34	50.94
ATPM-VSIMM	26.79	26.78	26.40	46.21

### 2.3 模型后验概率初值对滤波性能的影响

假设  $M_1$ 、 $M_2$  的后验概率初值均为  $a$ ， $M_3$  的后验概率初值为  $1-2a$ 。进一步假设  $a$  在  $0.1\sim 0.45$  均匀变化，步进为  $0.05$ ，其余参数不变。根据式(25)得到的空间位置估计 RMSE 如图 9 所示。

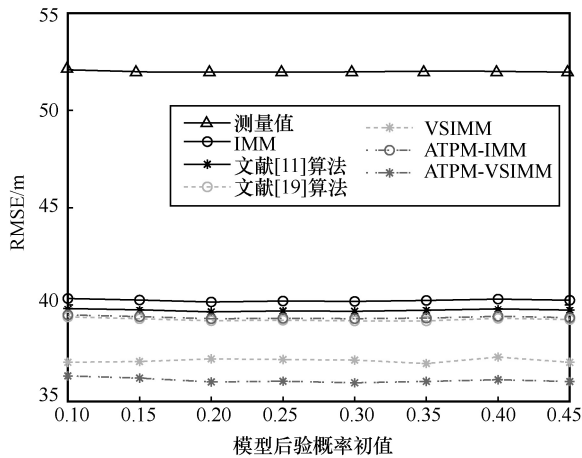


图 9 模型后验概率初值对跟踪性能的影响

从图 9 可以看出，所有滤波算法受模型后验概率初值的影响较小。进一步观察可知，本文提出的 ATPM-VSIMM 算法的空间位置估计 RMSE 在所有对标的滤波算法中是最低的，且计算复杂度远低于文献[11]和文献[19]算法，进一步验证了所提算法的有效性。

### 2.4 TPM 初值对滤波性能的影响

TPM 初值根据文献[1]的设计策略来设置，即

$$\begin{cases} \pi_{ii} = b \\ \pi_{ij} = \frac{1-b}{r-1} \end{cases} \quad (29)$$

其中， $i \neq j$ 。进一步假设  $b$  在  $0.1\sim 0.9$  均匀变化，其步进为  $0.05$ ，其余参数不变。根据式(25)得到的空间位置估计 RMSE 如图 10 所示。

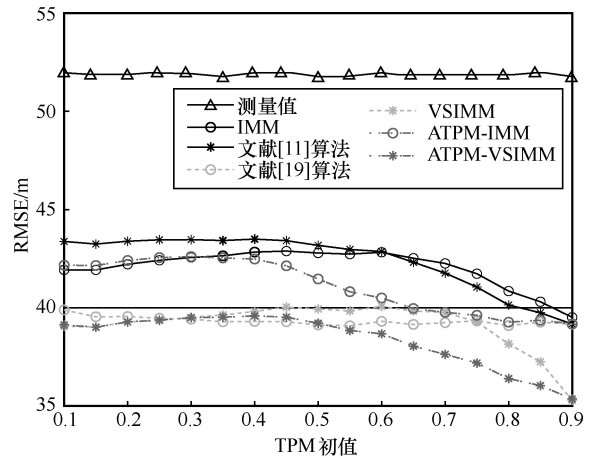


图 10 TPM 初值对跟踪性能的影响

从图 10 可以看出，在 TPM 主对角元素占优的情况下，ATPM-VSIMM 算法的空间位置滤波精度是最高的。此外，TPM 的主对角元素越接近 1，ATPM-VSIMM 算法的性能提升效果就越明显，进一步验证了 ATPM-VSIMM 算法的有效性。

### 2.5 状态噪声对滤波性能的影响

假设  $\sigma^2$  在  $30\sim 300$  均匀变化，步进为  $30$ ，其余参数不变。根据式(25)得到的空间位置估计 RMSE 如图 11 所示。

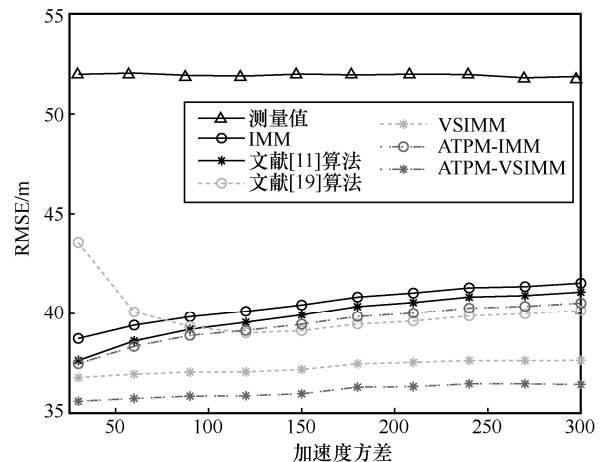


图 11  $Q$  对跟踪性能的影响

从图 11 可以看出,随着加速度方差的增大,除了 VSIMM、ATPM-VSIMM 算法的位置估计 RMSE 基本保持不变和文献[19]算法的位置估计 RMSE 先减小后增大外,其余算法的位置估计 RMSE 都在增大。这是因为  $Q$  表征了跟踪系统对状态空间模型的信任程度, $Q$  越大,跟踪系统对模型预测值的信任度就越低,而对测量值的信任度就越高,导致空间位置估计 RMSE 随  $Q$  的增大而增大。但由于 VSIMM 和 ATPM-VSIMM 算法通过自适应调整模型集参数  $Q$ ,从而自适应调整跟踪系统对状态空间模型的信任程度,使 VSIMM 和 ATPM-VSIMM 算法的位置估计 RMSE 几乎不受  $Q$  值的影响。观察可知,ATPM-VSIMM 算法的空间位置跟踪精度是最高的,进一步验证了 ATPM-VSIMM 算法的有效性。

### 3 结束语

本文针对 IMM 算法采用固定模型集和固定 TPM 导致跟踪精度下降的问题,提出了相应的改进策略。一方面,为了弥补 IMM 算法在模型集设计方面的不足,根据系统新息变化情况,提出一种模型集参数  $Q$  自适应调整策略。另一方面,针对 IMM 算法采取固定 TPM 导致系统运动模型和目标运动轨迹失配的问题,根据模型后验概率变化情况,并进一步考虑模型间的相互切换,提出一种低复杂度的 TPM 自适应更新式。基于这两方面的改进策略,本文提出了模型参数自适应的低复杂度 ATPM-VSIMM 算法。所提算法能够根据目标机动情况自适应调整模型参数,提高系统运动模型和目标运动轨迹的匹配程度,保证跟踪系统具有较高的滤波精度和较快的响应速度。仿真实验从模型后验概率初值、TPM 初值和状态噪声这三方面验证了 ATPM-VSIMM 算法的有效性,其空间位置跟踪精度比现有算法提高了 8%左右。

### 参考文献:

- [1] LI X R, JILKOV V P. Survey of maneuvering target tracking. Part V. multiple-model methods[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(4): 1255-1321.
- [2] BLOM H A P, SHALOM Y B. The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1988, 33(8): 780-783.
- [3] LI X R, SHALOM Y B. Multiple-model estimation with variable structure[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1996, 41(4): 478-493.
- [4] JIN X B, ROBERT R J, SU T L, et al. The new trend of state estimation: from model-driven to hybrid-driven methods[J]. Sensors, 2021, 21(6): 2085-2106.
- [5] SADEGHZADEH N N, POSHTAN J. Distributed interacting multiple filters for fault diagnosis of navigation sensors in a robotic system[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2017, 47(7): 1383-1393.
- [6] LI X R, ZHI X R, ZHANG Y M. Multiple-model estimation with variable structure-Part III: model-group switching algorithm[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1999, 35(1): 225-241.
- [7] LI X R, ZHANG Y M. Multiple-model estimation with variable structure. V. Likely-model set algorithm[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2000, 36(2): 448-466.
- [8] KRISHNAMURTHY V, GAO S J. Syntactic enhancement to VSIMM for roadmap based anomalous trajectory detection: a natural language processing approach[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(20): 5212-5227.
- [9] 潘媚媚, 曹运合, 王宇, 等. 基于机动判别的变结构交互多模型跟踪算法[J]. 系统工程与电子技术, 2019, 41(4): 730-736.
- [10] PAN M M, CAO Y H, WANG Y, et al. Variable structure interactive multi-model tracking algorithm based on maneuvering discriminant[J]. Systems Engineering and Electronics, 2019, 41(4): 730-736.
- [11] 陈维义, 何凡, 刘国强, 等. 变结构交互式多模型滤波和平滑算法[J]. 系统工程与电子技术, 2023, 4(1): 1-10.
- [12] CHEN W Y, HE F, LIU G Q, et al. A variable structure interactive multiple model filtering and smoothing algorithm[J]. Systems Engineering and Electronics, 2023, 4(1): 1-10.
- [13] ZHANG B L, GAO Y X, DUAN Z S. Variable structure multiple model fixed-interval smoothing[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2023, 36(2): 139-148.
- [14] SUN L F, ZHANG J J, YU H F, et al. Tracking of maneuvering extended target using modified variable structure multiple-model based on adaptive grid best model augmentation[J]. Remote Sensing, 2022, 14(7): 1613-1625.
- [15] ZHU Z L, GUO B, WANG J F. A real-time interactive multi-model target tracking method[C]//Proceedings of 2021 IEEE International Conference on Artificial Intelligence and Computer Applications. Piscataway: IEEE Press, 2021: 503-507.
- [16] 许登荣, 程水英, 包守亮. 自适应转移概率交互式多模型跟踪算法[J]. 电子学报, 2017, 45(9): 2113-2120.
- [17] XU D R, CHENG S Y, BAO S L. Interacting multiple model algorithm based on adaptive transition probability[J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(9): 2113-2120.
- [18] 尹聚祺, 杨震, 罗亚中, 等. 空间机动目标跟踪的改进自适应 IMM 算法[J]. 系统工程与电子技术, 2021, 43(12): 3658-3666.
- [19] YIN J Q, YANG Z, LUO Y Z, et al. Improved adaptive IMM algorithm for space maneuvering target tracking[J]. Systems Engineering and Electronics, 2021, 43(12): 3658-3666.
- [20] HAN B, HUANG H Q, LEI L, et al. An improved IMM algorithm based on STSRCKF for maneuvering target tracking[J]. IEEE Access, 2019, 7: 57795-57804.
- [21] MA J, GUO X T. Combination of IMM algorithm and ASTRWCKF for maneuvering target tracking[J]. IEEE Access, 2020, 8: 143095-143103.
- [22] XIE G, SUN L L, WEN T, et al. Adaptive transition probability matrix-based parallel IMM algorithm[J]. IEEE Transactions on Systems,

Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(5): 2980-2989.

- [19] 曾浩, 母王强, 杨顺平. 高机动目标跟踪 ATPM-IMM 算法[J]. 通信学报, 2022, 43(7): 93-101.

ZENG H, MU W Q, YANG S P. High maneuvering target tracking ATPM-IMM algorithm[J]. Journal on Communications, 2022, 43(7): 93-101.

- [20] 李昊润, 卜凡康, 周剑雄. 修正的马尔科夫转移矩阵自适应 IMM 算法[J]. 火力与指挥控制, 2021, 46(9): 118-124, 132.

LI H R, BU F K, ZHOU J X. Improved adaptive Markov matrix IMM algorithm[J]. Fire Control & Command Control, 2021, 46(9): 118- 124, 132.

- [21] 姜仁华, 谢洋, 刘闯, 等. 基于改进“当前”统计模型的机动目标 IMM 跟踪算法[J]. 现代雷达, 2019, 41(2): 39-42.

JIANG R H, XIE Y, LIU C, et al. Maneuvering target IMM algorithm based on improved current statistical model[J]. Modern Radar, 2019, 41(2): 39-42.

#### [作者简介]



曾浩（1977-），男，四川泸州人，博士，重庆大学教授、博士生导师，主要研究方向为阵列信号处理、无线通信技术。



母王强（1997-），男，重庆人，重庆大学硕士生，主要研究方向为机动目标跟踪。



蒋阳（1963-），男，四川岳池人，博士，重庆大学教授、硕士生导师，主要研究方向为现代通信技术与系统。



杨顺平（1976-），男，四川岳池人，西南电子技术研究所高级工程师，主要研究方向为天线校准和天线测量技术。